

Задача по эконометрике с решением в Excel. Выполнена в <https://www.matburo.ru/>

©МатБюро – Решение задач по математике, экономике, программированию

Расчетный файл выложен на странице https://www.matburo.ru/ex_ec.php?p1=ecexcel

Эконометрика. Ряды динамики. Трендовые модели. Решение задачи

Задание. Проверить ряд на наличие тренда. Сгладить ряд методом простой скользящей средней ($m = 3$), экспоненциальным сглаживанием ($\alpha = 0,3$; $\alpha = 0,8$). Построить исходный и сглаженные ряды. На основании построенных рядов определить вид трендовой модели. Построить трендовую модель.

Сделать прогноз изучаемого признака на два шага вперед.

87; 77; 75; 74; 69; 66; 62; 61; 59; 57; 57; 52; 50; 48; 46; 43; 43; 41; 38; 35

Решение.

Проверим ряд на наличие тренда с помощью метода Фостера-Стьюарта.

1) Построим две последовательности $\{k_i\}, \{l_i\}$. Результаты оформим в виде таблицы

y	k	l	$k+l$
87			
77	0	1	1
75	0	1	1
74	0	1	1
69	0	1	1
66	0	1	1
62	0	1	1
61	0	1	1
59	0	1	1
57	0	1	1
57	0	0	0
52	0	1	1
50	0	1	1
48	0	1	1
46	0	1	1
43	0	1	1
43	0	0	0
41	0	1	1
38	0	1	1
35	0	1	1
			17

Вычислим сумму $g = \sum_{t=2}^n (k_t + l_t) = 17$

Проверим выполнение гипотезы $H_0 : g = \mu$ с помощью статистики Стьюдента. По таблице определяем, что $\mu = 5,195$; $\sigma = 1,677$: Вычислим расчетное значение статистики

$$t = \frac{|g - \mu|}{\sigma} = 7,04$$

которое сравнивается с критическим $t_{кр} = t_{0,05}(18) = 2,10$. Расчетное значение больше критического, то гипотеза H_0 отвергается и в рассматриваемом ряду тренд есть.

Сгладим ряд методом простой скользящей средней, так как $m = 3$, то формула для получения сглаженных уровней примет вид:

$$y'_t = \frac{y_{t-1} + y_t + y_{t+1}}{3}$$

при этом теряем первый и последний уровни.

Формулы экспоненциального сглаживания:

$$\alpha = 0,3 : y'_t = 0,3y_t + 0,7y'_{t-1} \quad y'_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$\alpha = 0,8 : y'_t = 0,8y_t + 0,2y'_{t-1} \quad y'_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Таблица значений.

y	m=3	$\alpha=0,3$	$\alpha=0,8$
87		82,00	82,00
77	79,67	80,5	78
75	75,33	78,85	75,6
74	72,67	77,40	74,32
69	69,67	74,88	70,06
66	65,67	72,21	66,81
62	63,00	69,15	62,96
61	60,67	66,70	61,39
59	59,00	64,39	59,48
57	57,67	62,18	57,50
57	55,33	60,62	57,10
52	53,00	58,04	53,02
50	50,00	55,63	50,60
48	48,00	53,34	48,52
46	45,67	51,14	46,50
43	44,00	48,70	43,70
43	42,33	46,99	43,14
41	40,67	45,19	41,43
38	38,00	43,03	38,69
35		40,62	35,74

Построим исходный и сглаженные ряды.

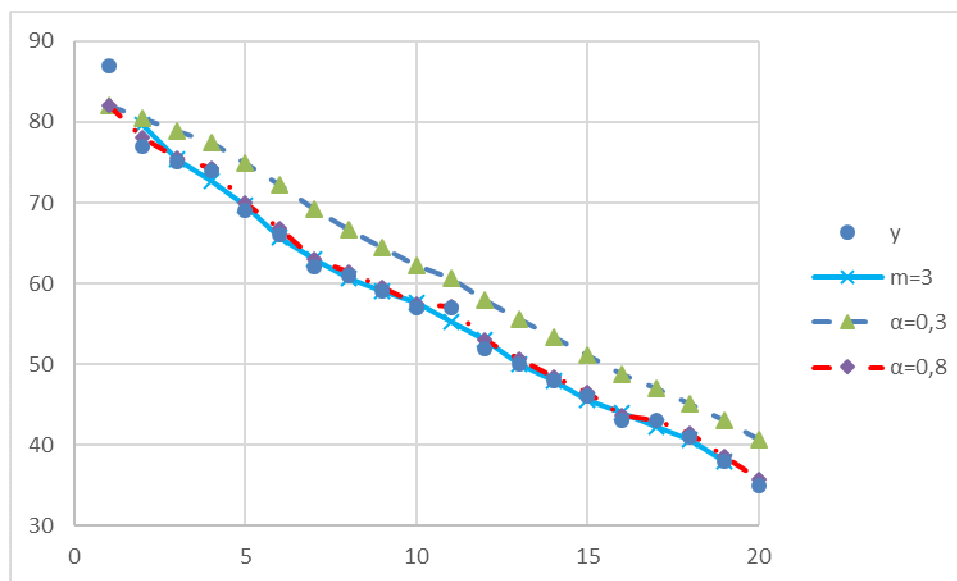


Рис. 1 Исходный и сглаженный ряды

Определим коэффициенты модели $y_t = a_0 + a_1t$ с помощью МНК.

t	Данные	t ²	y ²	ty	y(t)
1	87	1	7569	87	79,89
2	77	4	5929	154	77,48
3	75	9	5625	225	75,07
4	74	16	5476	296	72,66
5	69	25	4761	345	70,25
6	66	36	4356	396	67,84
7	62	49	3844	434	65,43
8	61	64	3721	488	63,02
9	59	81	3481	531	60,61
10	57	100	3249	570	58,20
11	57	121	3249	627	55,80
12	52	144	2704	624	53,39
13	50	169	2500	650	50,98
14	48	196	2304	672	48,57
15	46	225	2116	690	46,16
16	43	256	1849	688	43,75
17	43	289	1849	731	41,34
18	41	324	1681	738	38,93
19	38	361	1444	722	36,52
20	35	400	1225	700	34,11
210	1140	2870	68932	10368	1140
10,5	57	143,5	3446,6	518,4	57,00

Тогда система нормальных уравнений примет вид

$$\begin{cases} 20a_0 + 210a_1 = 1140 \\ 210a_0 + 2870a_1 = 10368 \end{cases}$$

Решая эту систему, получим оценки неизвестных параметров

$$a_0 = 82,295; a_1 = -2,409.$$

Искомая трендовая модель имеет вид $y_t = 82,295 - 2,409t$. Найдем прогнозируемые значения на два шага вперед: $y_{21} = 31,71$; $y_{22} = 29,3$: