Функции нескольких переменных
Частные производные

Задание.

Найти полный дифференциал данной функции.

$$z=\operatorname{arctg}(y-x)+\frac{1}{\sqrt{y}}+\sqrt[3]{y}\cdot\ln(1-x)+\sin 2x+1$$

Решение.

Вычисляем частные производные:

$$z'_x=\left(\operatorname{arctg}(y-x)+\frac{1}{\sqrt{y}}+\sqrt[3]{y}\cdot\ln(1-x)+\sin 2x+1\right)'_x=$$

$$=\frac{1}{1+(y-x)^2}(-1)+\sqrt[3]{y}\cdot\frac{1}{1-x}(-1)+2\cos 2x+0=\frac{-1}{1+(y-x)^2}-\frac{\sqrt[3]{y}}{1-x}+2\cos 2x.$$

$$z'_y=\left(\operatorname{arctg}(y-x)+\frac{1}{\sqrt{y}}+\sqrt[3]{y}\cdot\ln(1-x)+\sin 2x+1\right)'_y=$$

$$=\frac{1}{1+(y-x)^2}-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{y^3}}+\frac{1}{3}y^{-2/3}\cdot\ln(1-x)+0=\frac{1}{1+(y-x)^2}-\frac{1}{2\sqrt{y^3}}+\frac{\ln(1-x)}{3\sqrt[3]{y^2}}.$$

Полный дифференциал:

$$dz=\frac{\partial z}{\partial x}dx+\frac{\partial z}{\partial y}dy=$$

$$=\left[\frac{-1}{1+(y-x)^2}-\frac{\sqrt[3]{y}}{1-x}+2\cos 2x\right]dx+\left[\frac{1}{1+(y-x)^2}-\frac{1}{2\sqrt{y^3}}+\frac{\ln(1-x)}{3\sqrt[3]{y^2}}\right]dy.$$