

Тема: Алгебра логики

ЗАДАНИЕ. Семья, состоящая из отца А, матери В и трех дочерей С, D, E купила телевизор. Условились, что в первый вечер будут смотреть передачи в таком порядке:

1. Когда отец А смотрит передачу, то мать В делает то же.
2. Дочери D и E, обе или одна из них, смотрят передачу.
3. Из двух членов семьи – мать В И дочь С – смотрят передачу одна и только одна.
4. Дочери С и D или обе смотрят, или обе не смотрят.
5. Если дочь E смотрит передачу, то отец А и дочь D делают то же.

Кто из членов семьи в этот вечер смотрит передачу?

РЕШЕНИЕ. Составим сложное высказывание:

$$F(A, B, C, D, E) = (A \rightarrow B) \wedge (D \vee E) \wedge (B \oplus C) \wedge (C \leftrightarrow D) \wedge (E \rightarrow A) \wedge (E \rightarrow D)$$

Выясним, на каком наборе переменных это высказывание истинно. Составим таблицу истинности. При заполнении будем учитывать, что высказывание F истинно тогда и только тогда, когда истинны все входящие в него «подвысказывания» между операциями конъюнкции, поэтому в некоторых случаях можно сразу указать, на каких наборах F принимает ложное значение.

№	A	B	C	D	E	$(A \rightarrow B)$	$(D \vee E)$	$(B \oplus C)$	$(C \leftrightarrow D)$	$(E \rightarrow A)$	$(E \rightarrow D)$	F
1	0	0	0	0	0		0	0				0
2	0	0	0	0	1			0		0	0	0
3	0	0	0	1	0			0	0			0
4	0	0	0	1	1			0	0	0		0
5	0	0	1	0	0		0		0			0
6	0	0	1	0	1				0	0	0	0
7	0	0	1	1	0							1
8	0	0	1	1	1					0		0
9	0	1	0	0	0		0					0
10	0	1	0	0	1					0	0	0
11	0	1	0	1	0				0			0
12	0	1	0	1	1				0	0		0
13	0	1	1	0	0		0	0	0			0
14	0	1	1	0	1			0	0	0	0	0
15	0	1	1	1	0			0				0
16	0	1	1	1	1			0		0		0
17	1	0	0	0	0	0	0	0				0
18	1	0	0	0	1	0		0			0	0
19	1	0	0	1	0	0		0	0			0
20	1	0	0	1	1	0		0	0			0
21	1	0	1	0	0	0	0		0			0
22	1	0	1	0	1	0			0		0	0
23	1	0	1	1	0	0						0
24	1	0	1	1	1	0						0
25	1	1	0	0	0		0					0
26	1	1	0	0	1						0	0
27	1	1	0	1	0				0			0
28	1	1	0	1	1				0			0
29	1	1	1	0	0		0	0	0			0
30	1	1	1	0	1			0	0		0	0
31	1	1	1	1	0			0				0
32	1	1	1	1	1			0				0

Комментарий к составлению таблицы истинности.

Высказывание $A \rightarrow B$ принимает ложные значения, когда А истинно, а В ложно, поэтому на наборах №№17-24 оно ложно, следовательно, ложно и F.

Высказывание $(D \vee E)$ принимает ложные значение, когда и D, и E ложно, поэтому на наборах №№1,5,9,13,17,21,25,29 оно ложно, следовательно, ложно и F.

Высказывание $(B \oplus C)$ принимает ложные значение, когда В и С одновременно или истинны, или ложны, поэтому на наборах №№1-4, 13-20, 29-32 оно ложно, следовательно, ложно и F.

Высказывание $C \leftrightarrow D$ принимает ложные значение, когда или С истинно и D ложно, или С ложно и D истинно, поэтому на наборах №№3-6, 11-14, 19-22, 27-30 оно ложно, следовательно, ложно и F.

Высказывание $(E \rightarrow A)$ принимает ложные значения, когда E истинно, а A ложно, поэтому на наборах №№2,4,6,8,10,12,14,16 оно ложно, следовательно, ложно и F.

Высказывание $(E \rightarrow D)$ принимает ложные значения, когда E истинно, а D ложно, поэтому на наборах №№ 2,6,10,14,18,22,26,30. оно ложно, следовательно, ложно и F.

Видно, что высказывание принимает истинное значение на единственном наборе №7, то есть дочери С и D смотрят телевизор, остальные нет.