

Решение задачи по булевым функциям

Задача. Задана булева функция:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_2 \vee \left((x_1 \wedge \bar{x}_3) | (\overline{x_2 | x_3}) \right)$$

А) Построить таблицу истинности, найти двоичную форму F булевой функции и привести ее к СДНФ и СКНФ.

Б) Найти многочлен Жегалкина.

Решение. Сначала построим таблицу истинности:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_2 \vee \left((x_1 \wedge \bar{x}_3) | (\overline{x_2 | x_3}) \right).$$

x_1	x_2	x_3	\bar{x}_2	\bar{x}_3	$x_1 \wedge \bar{x}_3$	$x_2 \bar{x}_3$	$\overline{(x_2 x_3)}$	$(x_1 \wedge \bar{x}_3) (\overline{x_2 x_3})$	f
0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0	1	0	1	1

Двоичная форма функции: $F = (11111101)$.

Построим СДНФ по таблице истинности:

$$\text{СДНФ} = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3.$$

Построим СКНФ по таблице истинности:

$$\text{СКНФ} = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3.$$

Найдем многочлен Жегалкина. Для этого используем СКНФ, найденную ранее, и формулы $x \vee y = xy \oplus x \oplus y$ и $\bar{x} = x \oplus 1$. Получаем:

$$\begin{aligned} F &= \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 = (x_1 \oplus 1) \vee (x_2 \oplus 1) \vee x_3 = [(x_1 \oplus 1)(x_2 \oplus 1) \oplus (x_1 \oplus 1) \oplus (x_2 \oplus 1)] \vee x_3 = \\ &= [x_1 x_2 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus 1 \oplus x_1 \oplus 1 \oplus x_2 \oplus 1] \vee x_3 = [x_1 x_2 \oplus 1] \vee x_3 = (x_1 x_2 \oplus 1) x_3 \oplus (x_1 x_2 \oplus 1) \oplus x_3 = \\ &= x_1 x_2 x_3 \oplus x_3 \oplus x_1 x_2 \oplus 1 \oplus x_3 = x_1 x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 \oplus 1. \end{aligned}$$

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=dm

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике