

Геометрический закон для дискретной случайной величины

Решение типовой задачи

Задание. Два орудия залпом, но при независимой наводке, стреляют в цель до первого попадания хотя бы одним орудием. Вероятность попадания в цель первым орудием при одном выстреле равна 0,2, вторым – 0,3. Найти.

5.1. Закон распределения числа X сделанных залпов.

5.2. $P(X > 2)$.

5.3. m_x .

Решение. Сначала найдем вероятность p того, что залп успешный, то есть попало хотя бы одно орудие в цель: $p = 1 - q_1 q_2 = 1 - (1 - 0,2)(1 - 0,3) = 1 - 0,8 \cdot 0,7 = 0,44$.

Пусть X - число сделанных залпов. Найдем закон распределения X . X распределено по геометрическому закону с вероятностью $P(X = k) = 0,56^{k-1} \cdot 0,44$ (первые $k-1$ неуспешных залпов с вероятностью 0,56 каждый, на k залпе попадание с вероятностью 0,44).

5.1. Закон распределения имеет вид:

| | | | | | |
|-----|------|--------|-----|-------------------------|-----|
| X | 1 | 2 | ... | k | ... |
| P | 0,44 | 0,2464 | ... | $0,56^{k-1} \cdot 0,44$ | ... |

5.2. Найдем вероятность

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - P(X = 1) - P(X = 2) = 1 - 0,44 - 0,2464 = 0,3136.$$

5.3. Найдем математическое ожидание

$$m_x = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i = \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot 0,56^{i-1} \cdot 0,44 \approx 2,273.$$

Или, по формуле для геометрического распределения: $m_x = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,44} \approx 2,273$.