

Интегральная теорема Муавра-Лапласа

Пример решения задачи

Задача. Вероятность изготовления годной детали равна 0,8. Произведено 500 деталей.

Какое число годных деталей вероятнее получить: а) менее 390; б) от 390 до 410?

Решение. Параметры: $p = 0,8$, $n = 500$, $q = 1 - p = 0,2$.

Используем интегральную теорему Лапласа:

$$P_n(m_1, m_2) \approx \Phi\left(\frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}\right), \text{ где значения функции } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz$$

берутся из таблицы.

а) Найдем вероятность того, что будет менее 390 годных деталей:

$$\begin{aligned} P_{500}(0, 390) &\approx \Phi\left(\frac{390 - 500 \cdot 0,8}{\sqrt{500 \cdot 0,8 \cdot 0,2}}\right) - \Phi\left(\frac{0 - 500 \cdot 0,8}{\sqrt{500 \cdot 0,8 \cdot 0,2}}\right) = \Phi(-1,12) - \Phi(-44,72) = \\ &= -\Phi(1,12) + \Phi(44,72) = -0,3686 + 0,5 = 0,1314. \end{aligned}$$

б) Найдем вероятность того, что будет от 390 до 410 годных деталей:

$$\begin{aligned} P_{500}(390, 410) &\approx \Phi\left(\frac{410 - 500 \cdot 0,8}{\sqrt{500 \cdot 0,8 \cdot 0,2}}\right) - \Phi\left(\frac{390 - 500 \cdot 0,8}{\sqrt{500 \cdot 0,8 \cdot 0,2}}\right) = \Phi(1,12) - \Phi(-1,12) = \\ &= \Phi(1,12) + \Phi(1,12) = 2\Phi(1,12) = 2 \cdot 0,3686 = 0,7372. \end{aligned}$$

Вероятнее получить от 390 до 410 годных деталей.

Ответ: Вероятнее получить от 390 до 410 годных деталей.