Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru
Примеры решений по теории вероятностей
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

Неравенство Чёбышева. Пример решения задачи

Задача. Устройство состоит из 10 независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента за время Т равна 0,05. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом отказавших элементов и средним числом (математическим ожиданием) отказов за время Т окажется меньше двух.

Решение. Применим неравенство Чебышева $P\left(\left|X-\mathrm{M}X\right|\right)<\varepsilon)\geq 1-\dfrac{DX}{\varepsilon^2}$.

Считаем, что случайная величина X - число отказавших элементов, она распределена по биномиальному закону с параметрами $n=10$ (элементов), $p=0,05$ (вероятность отказа элемента), $q=1-p=0,95$. Тогда можно найти $MX=np=10\cdot 0,05=0,5$ и $DX=npq=10\cdot 0,05\cdot 0,95=0,475$.

Отклонение по условию $\varepsilon=2$.

Тогда оценка вероятности того, что абсолютная величина разности между числом отказавших элементов и средним числом (математическим ожиданием) отказов за время Т окажется меньше двух, имеет вид:

$$P\left(|X-0,5|<2\right)\geq 1-\frac{0,475}{2^2}=0,88125\approx 0,88.$$

Ответ: вероятность не менее 88%.