

Расчетно-графическая работа №2

КРУЧЕНИЕ

Вариант 1

К стальному валу приложены три известных момента: M_1 , M_2 , M_3 .

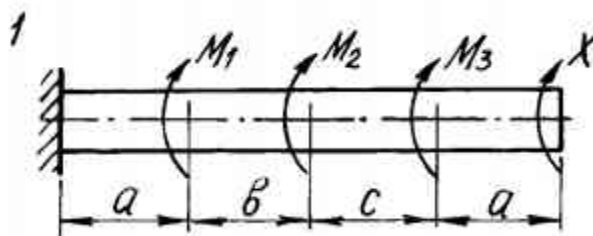
Требуется:

1. Установить, при каком значении момента X угол поворота правого концевого сечения вала равен нулю;
2. Для найденного значения X построить эпюру крутящих моментов;
3. При заданном значении $[\tau]$ определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его до стандартного ряда (кратного 5 мм);
4. проверить, выполняется ли условие жесткости бруса при выбранном диаметре, если допускаемый угол закручивания $[\theta] = 1$ град/м;
5. Построить эпюру углов закручивания;

Исходные данные представлены в таблице 1.

Таблица 1

№ строки	схема	Расстояния, м				Моменты, кН·м			$[\tau]$, МПа
		a	b	c	a	M_1	M_2	M_3	
1	1	0,8	0,4	0,4	0,8	2,0	1,6	1,0	35



Решение

Угол закручивания на каждом грузовом участке вала определяется по следующей формуле

$$\varphi_i = \frac{M_{кр i} l_i}{G J_p} \quad (1)$$

где $M_{кр i}$ — крутящий момент на i -м грузовом участке; l_i — длина i -го грузового участка; G — модуль сдвига материала вала; J_p — полярный момент инерции вала круглого поперечного сечения.

Запишем выражения для крутящих моментов на каждом грузовом участке через величины M_1 , M_2 , M_3 , и X :

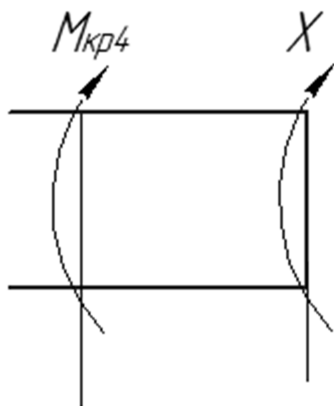
$$M_{кр 4} = -X; M_{кр 3} = -X - M_3; M_{кр 2} = -X - M_3 - M_2; M_{кр 1} = -X - M_3 - M_2 - M_1.$$

Подставив полученные величины в выражение (1) и используя условие задачи, получим следующее значение неизвестного момента, приложенного к правому концу вала:

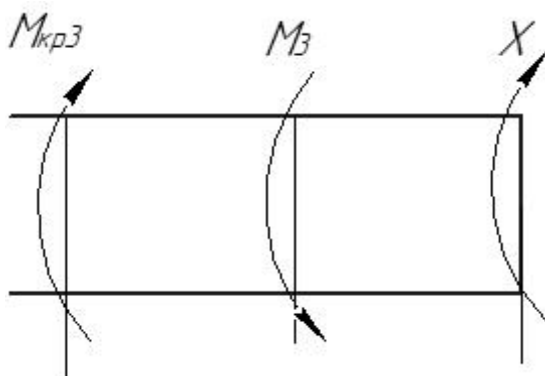
$$\begin{aligned} \frac{(-X - M_3 - M_2 - M_1) \cdot a}{GJ_\rho} + \frac{(-X - M_3 - M_2) \cdot b}{GJ_\rho} + \frac{(-X - M_3) \cdot c}{GJ_\rho} + \frac{-X \cdot a}{GJ_\rho} &= 0 \\ -X \cdot (2a + b + c) - M_3 \cdot (a + b + c) - M_2 \cdot (a + b) - M_1 \cdot a &= 0 \\ X &= -\frac{M_3 \cdot (a + b + c) + M_2 \cdot (a + b) + M_1 \cdot a}{2a + b + c} = \\ &= -\frac{1 \cdot (0,8 + 0,4 + 1) + 1,6 \cdot (0,8 + 0,4) + 2 \cdot 0,8}{2 \cdot 0,8 + 0,4 + 1} = -1,91 \text{ кНм} \end{aligned}$$

Знак «минус» означает, что момент X направлен в обратную сторону от указанной в заданной схеме

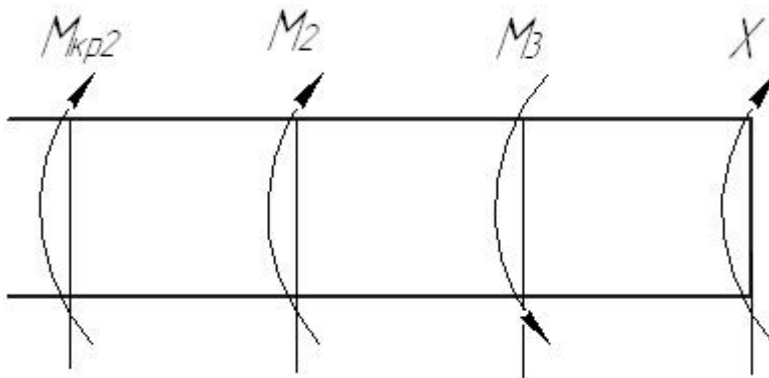
Используя выражения для крутящих моментов на каждом грузовом участке и полученное значение момента X , вычислим величины крутящих моментов на границах участков:



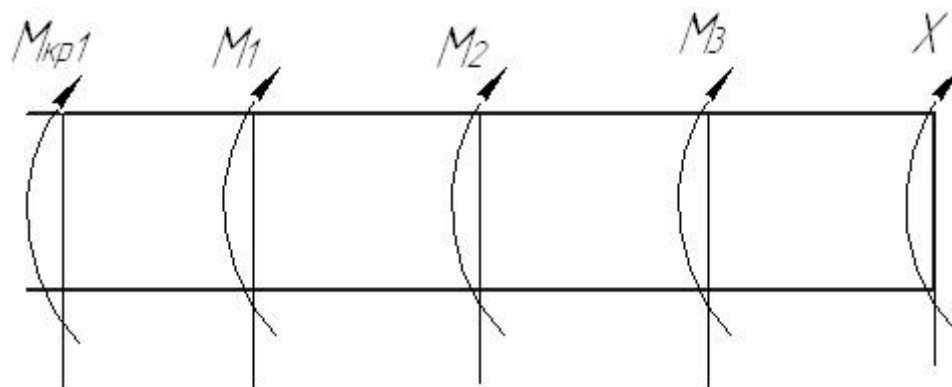
$$M_{кр4} = -X = -1,91 \text{ кН} \cdot \text{м}$$



$$M_{кр3} = -X - M_3 = 1,91 - 1 = 0,91 \text{ кН} \cdot \text{м}$$



$$M_{kp2} = -X - M_3 - M_2 = 1,91 - 1 - 1,6 = -0,69 \text{ кН} \cdot \text{м}$$



$$M_{kp1} = -X - M_3 - M_2 - M_1 = 1,91 - 1 - 1,6 - 2 = -2,69 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

По полученным данным строим эпюру $M_{кр}$

Запишем условие прочности вала при кручении:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр \max}}{W_{\rho}} \leq [\tau] \quad (2)$$

где $M_{кр \max}$ – максимальное значение крутящего момента;

W_{ρ} – полярный момент сопротивления сечения вала.

Полярный момент сопротивления круглого поперечного сечения определяется по формуле:

$$W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16} \quad (3)$$

где d – диаметр вала.

Тогда, используя выражения (2) и (3) получаем

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{кр \max}}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2,69 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 35 \cdot 10^6}} = 0,07315 \text{ м} \quad (4)$$

Окончательно принимаем диаметр вала $d=75$ мм.

Проверка условия жесткости.

Условие жесткости

$$\frac{M_{кр}^{max}}{GJ_{\rho}} \leq [\Theta]$$

По условию задачи $[\Theta]=1$ град/м. Переводя значение угла из градусной меры в радианную, получаем:

$$[\Theta] = 1 \text{ град} / \text{м} = \pi / 180 \cdot 1 = 0,017 \text{ м}^{-1}$$

Вычисляем выражение, стоящее в левой части условия жесткости, определив предварительно величину полярного момента инерции бруса:

$$J_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi 0,075^4}{32} = 3,11 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4 = 31,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4$$

$$\frac{M_{кр}^{max}}{GJ_{\rho}} = \frac{2690}{8 \cdot 10^{10} \cdot 3,11 \cdot 10^{-6}} = 0,010825 \text{ м}^{-1}$$

Сравнение левой и правой частей условия жесткости показывает, что оно выполняется:

$$\Theta^{max} = 0,010825 < [\Theta] = 0,017 \text{ м}^{-1}$$

Используя формулу (1) и принимая величину модуля сдвига стали равной $G=8 \cdot 10^{10}$ Па, вычисляем величину углов закручивания на каждом грузовом участке

$$\varphi_1 = \frac{-2690 \cdot 0,8}{8 \cdot 10^{10} \cdot 31,1 \cdot 10^{-7}} = -0,0087 \text{ рад}$$

$$\varphi_2 = \frac{-690 \cdot 0,4}{8 \cdot 10^{10} \cdot 31,1 \cdot 10^{-7}} = -0,0011 \text{ рад}$$

$$\varphi_3 = \frac{910 \cdot 1}{8 \cdot 10^{10} \cdot 31,1 \cdot 10^{-7}} = 0,0037 \text{ рад}$$

$$\varphi_4 = \frac{1910 \cdot 0,8}{8 \cdot 10^{10} \cdot 31,1 \cdot 10^{-7}} = 0,0061 \text{ рад}$$

Определяем ординаты эпюры углов закручивания

$$\varphi_{A-1} = \varphi_1 = -0,0087 \text{ рад}$$

$$\varphi_{A-2} = \varphi_1 + \varphi_2 = -0,0087 - 0,0011 = -0,0098 \text{ рад}$$

$$\varphi_{A-3} = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = -0,0087 - 0,0011 + 0,0037 = -0,0061 \text{ рад}$$

$$\varphi_{A-3} = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = -0,0087 - 0,0011 + 0,0037 + 0,0061 = 0$$

что соответствует условию задачи.

По полученным значениям строим эпюру углов закручивания вала φ .

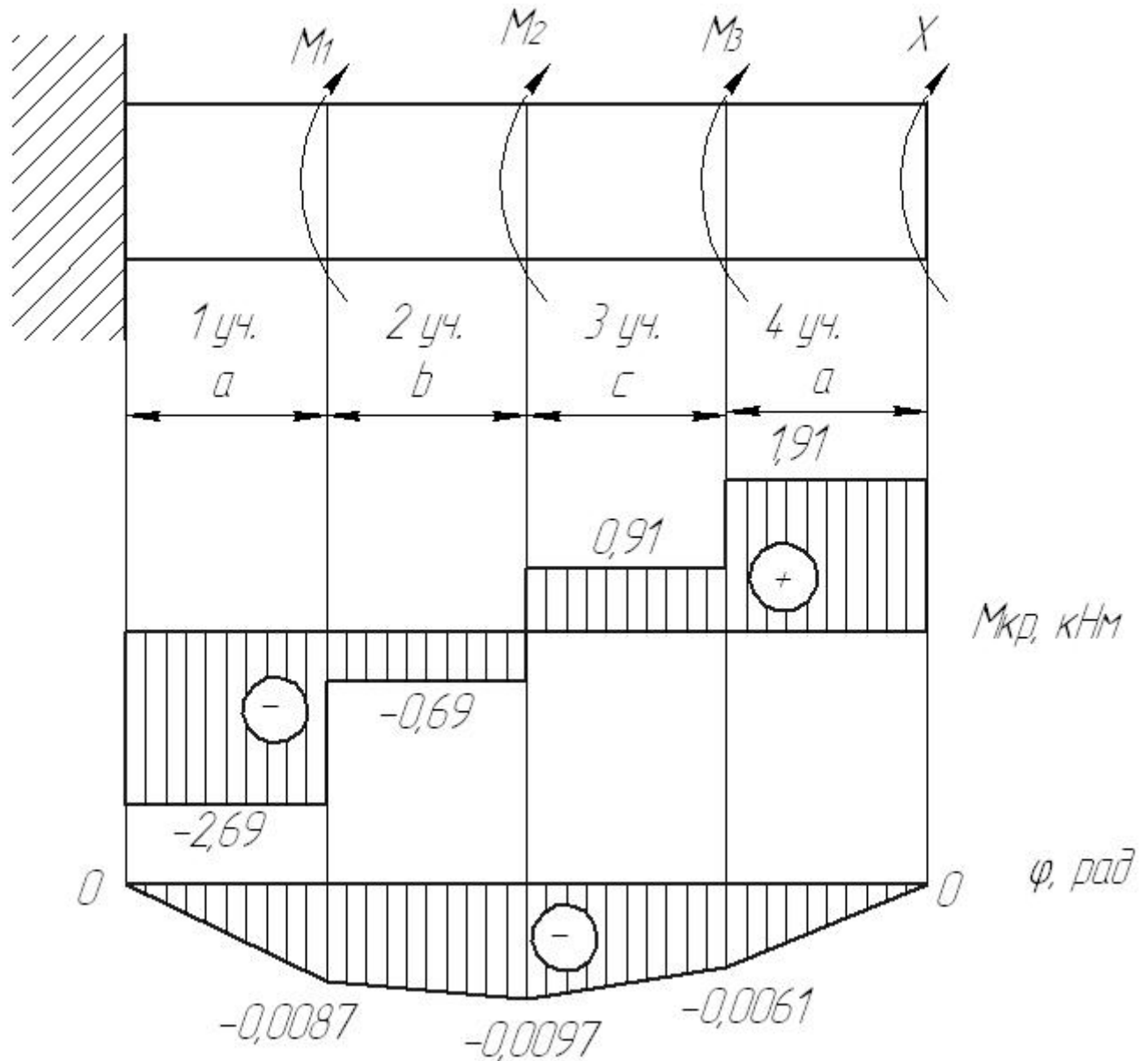


Рис. 1 Эпюры