

## **Имитационное моделирование**

### **Лабораторная работа № 7**

### **Модели динамики численности популяций**

**Цель работы:** научиться использовать модели динамики популяций с помощью электронных таблиц.

**Популяция** – это совокупность особей одного вида, находящихся во взаимодействии между собой и совместно заселяющих общую территорию.

Основные характеристики популяции: численность, плотность, рождаемость, смертность, темп роста и др.

Все живые организмы теоретически способны к очень быстрому увеличению численности.

Способность к увеличению численности за данный промежуток времени называют **биологическим потенциалом вида**.

Рост численности в геометрической прогрессии называется **экспоненциальным ростом**.

Простейшая модель для вида с дискретными периодами размножения, в которой численность популяции в момент времени  $t$  равна  $N_t$  и изменяется во времени пропорционально величине основной чистой скорости, воспроизводства  $R$  может быть выражена уравнением

$$N_{t+1} = N_t \cdot R, \quad (1)$$

решение которого имеет вид

$$N_t = N_0 \cdot R^t, \quad (2)$$

$N_0$  - начальная численность популяции.

Эта модель описывает популяцию, в которой отсутствует конкуренция и в которой  $R$  является константой;  $R > 1$ , то численность будет бесконечно увеличиваться.

Конкуренцию можно определить как использование некоего ресурса (пищи, воды, света, пространства) каким-либо организмом, который тем самым уменьшает доступность этого ресурса для других организмов. Если конкурирующие организмы

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=imi](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=imi)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

принадлежат к одному виду, то взаимоотношения между ними называют **внутривидовой конкуренцией**; если же они относятся к разным видам, то их взаимоотношения называют **межвидовой конкуренцией**.

Уравнение

$$N_{t+1} = \frac{N_t \cdot R}{1 + \alpha \cdot N_t} \quad (3)$$

где

$$\alpha = \frac{R - 1}{K}$$

Это уравнение представляет собой модель роста популяции, ограниченного внутривидовой конкуренцией. Суть этой модели в том, что константа  $R$  в уравнении (1) заменена на фактическую скорость воспроизводства, т.е.

$$\frac{N_t \cdot R}{1 + \alpha \cdot N_t}$$

которая уменьшается по мере роста численности популяции  $N_t$ . Такой тип конкуренции приводит к саморегуляции численности популяции.

Построим компьютерные модели без учета и с учетом внутривидовой конкуренции с использованием электронных таблиц Excel.

Исходные данные задания:

В-т	Начальное количество элементов $N_0$	Скорость воспроизводства $R$	Максимум популяции $K$	Процент особей, воспроизводящих потомство	Год начала воспроизводства новых особей	Год начала изъятия особей из популяции	Количество Изъятия особей из популяции	Период воспроизводства
15	110	4	700	10	6	8	15	13

Модель роста популяции без учета конкуренции:

**Модель роста популяции без учета конкуренции**

Исходные данные

Лабораторная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=imi](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=imi)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Начальное количество $N_0$	Скорость воспроизводства $R$
110	4

Результаты моделирования

Период воспроизведения	Размер популяции
1	440
2	1760
3	7040
4	28160
5	112640
6	450560
7	1802240
8	7208960
9	28835840
10	115343360

Зависимость скорости воспроизводства от численности популяции для модели роста популяции без учета внутривидовой конкуренции представлена на рис.1.

Построим модель роста популяции с учетом внутривидовой конкуренции.

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=imi](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=imi)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

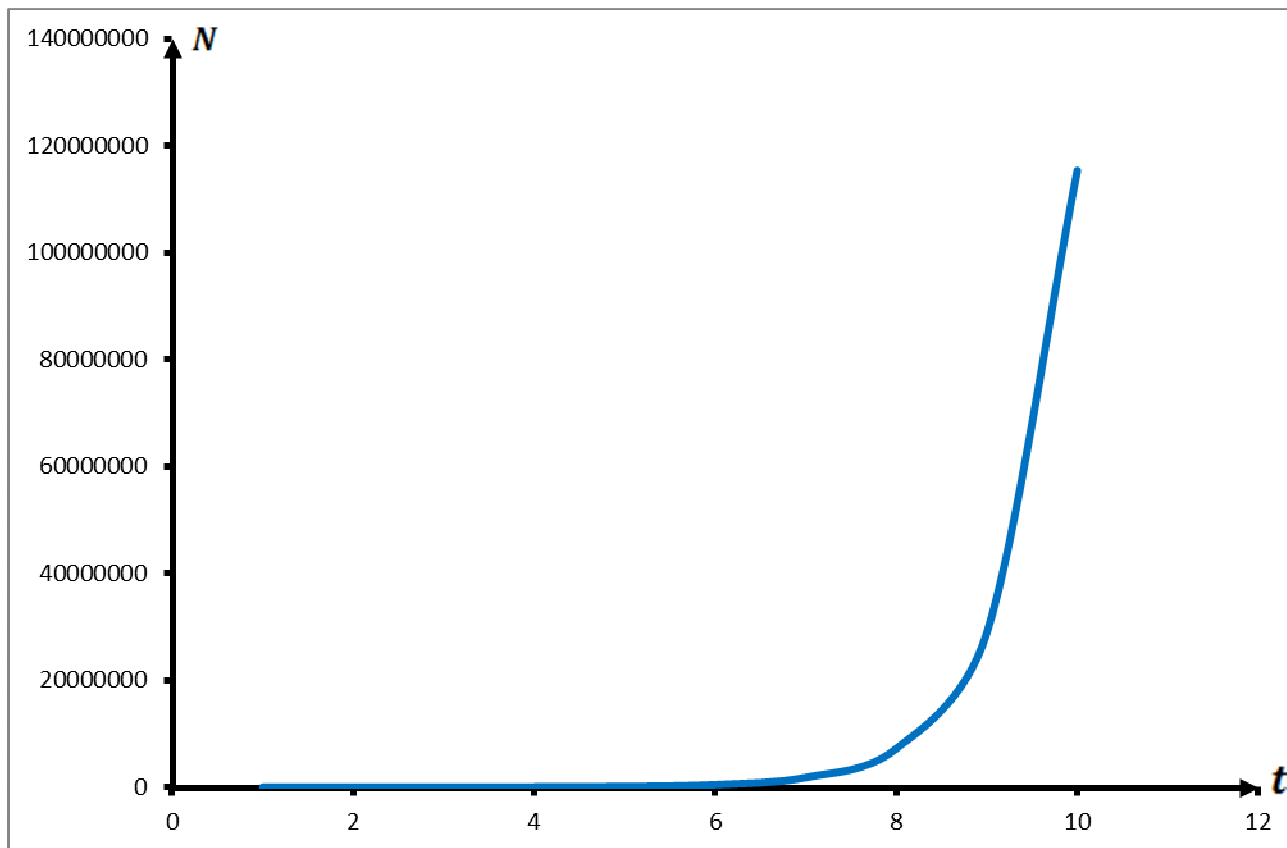


Рис.1. Изменение численности популяции согласно модели без учета внутривидовой конкуренции

Исходные данные

Начальное количество $N_0$	Скорость воспроизводства $R$	Максимум популяции $K$	Коэффициент $\alpha$
110	4	700	0,004

Период воспроизведения	Размер популяции
0	110
1	166
2	190

Лабораторная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=imi](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=imi)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

3	197
4	199
5	200
6	200
7	200
8	200
9	200
10	200

Зависимость скорости воспроизводства от численности популяции для модели роста популяции с учетом внутривидовой конкуренции представлена на рис.2.

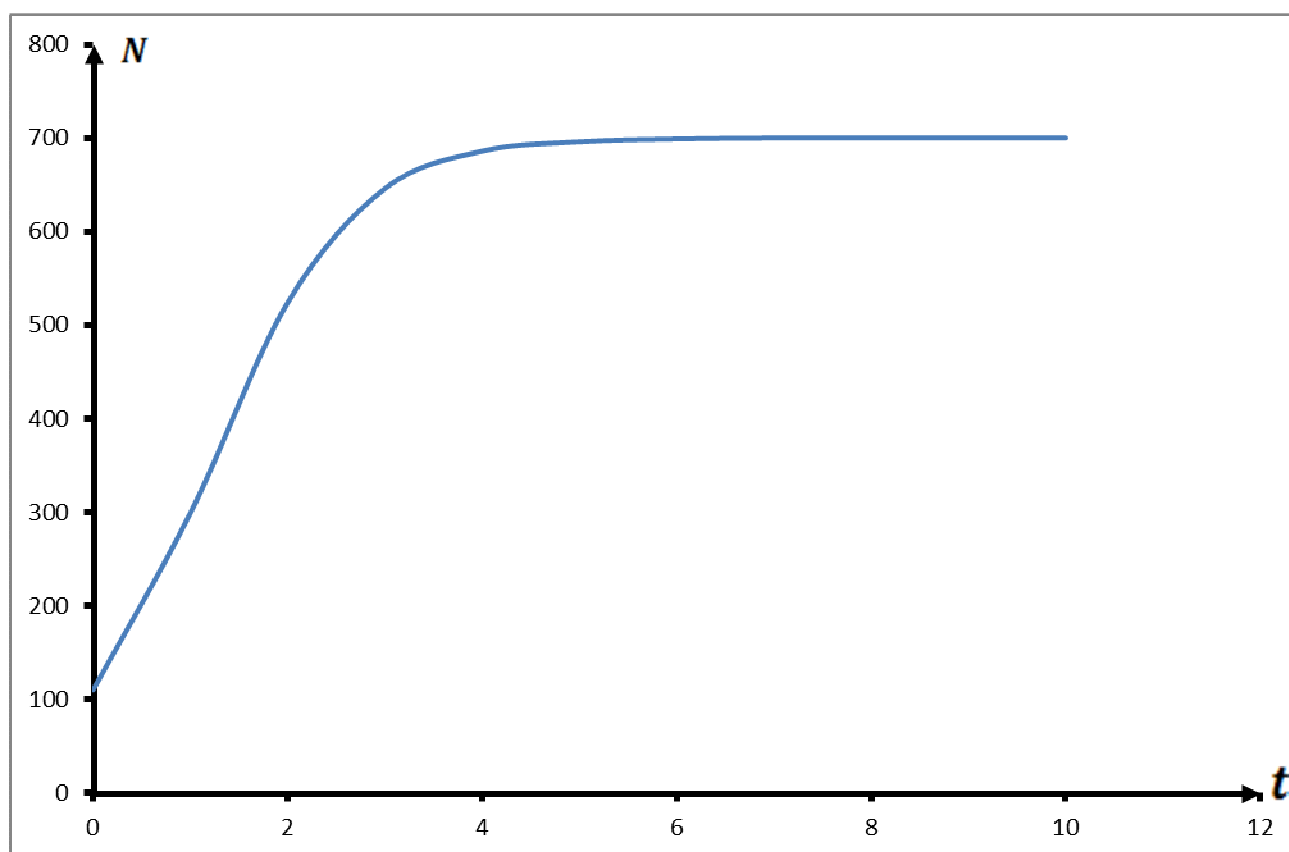


Рис.2. Изменение численности популяции согласно модели, ограниченной внутривидовой конкуренцией при  $R = 4, K = 700, N_0 = 110$

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=imi](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=imi)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Изменим полученную модель для оценки возможности принудительного изъятия объектов популяции, не приводящих к гибели популяции.

Учитывая, что только 10% особей воспроизводит потомство, начиная с 6-го года, период воспроизводства составляет 13 лет, а также, что начиная с 8-го года начинается изъятие особей из популяции в количестве 15 особей, модель роста популяции с учетом внутривидовой конкуренции будет выглядеть следующим образом:

$$N_{t+1} = N_t, \quad t = \overline{0,5}$$

$$N_{t+1} = N_t + 0,1 \cdot \frac{N_t \cdot R}{1 + \alpha \cdot N_t}, \quad t = \overline{6,7}$$

$$N_{t+1} = N_t + 0,1 \cdot \frac{N_t \cdot R}{1 + \alpha \cdot N_t} - 15, \quad t = \overline{8,12}$$

$$N_{t+1} = N_t + 0,1 \cdot \frac{N_t \cdot R}{1 + \alpha \cdot N_t} - N_{t-12}, \quad t = 13, \dots$$

Представим результаты по построенной модели.

Зависимость скорости воспроизводства от численности популяции для построенной модели представлены на рис.3.

Период воспроизведения	Размер популяции
0	110
1	110
2	110
3	110
4	110
5	110
6	140
7	175

Лабораторная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=imi](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=imi)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

8	200
9	228
10	259
11	293
12	330
13	260
14	294
15	331
16	371
17	413
18	458
19	505
20	554

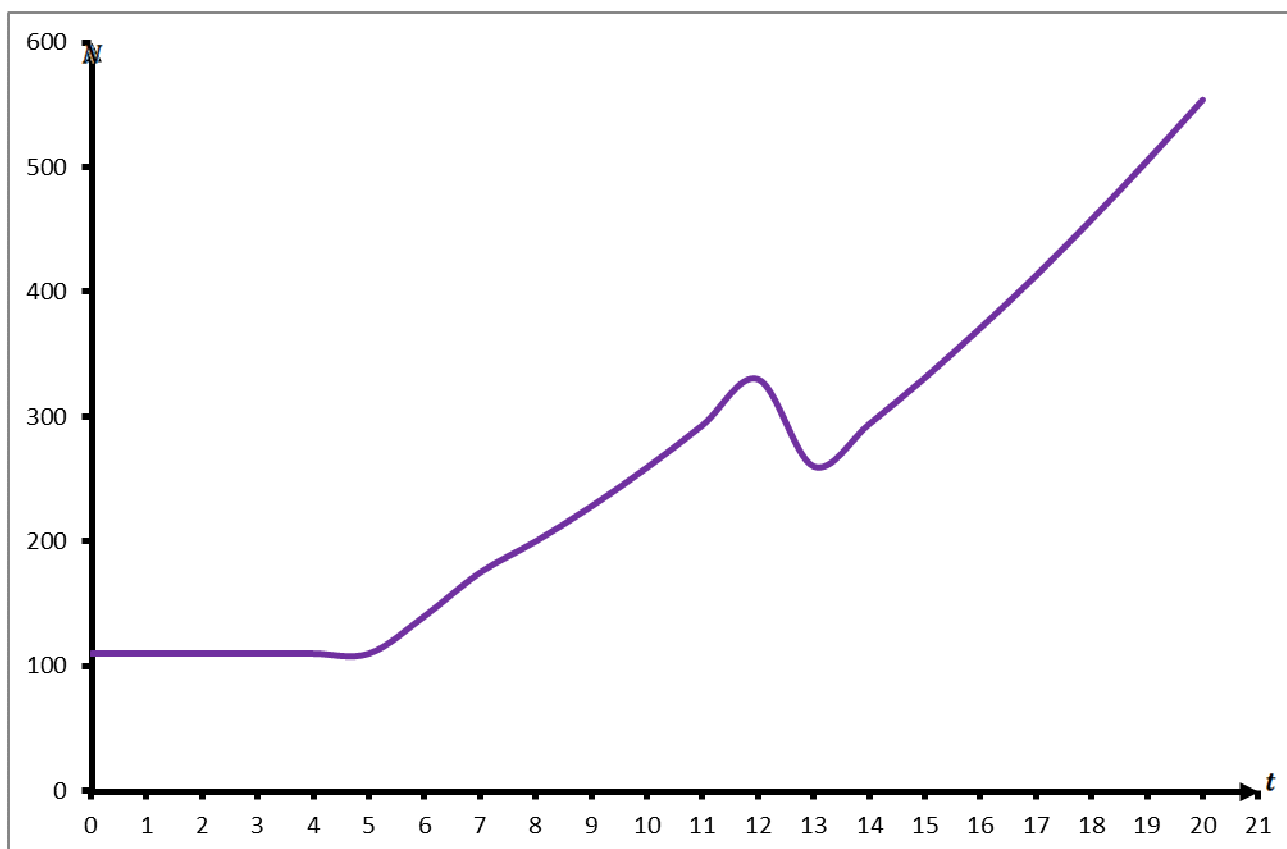


Рис.3. Модель роста популяции с учетом принудительного изъятия объектов популяции, не приводящих к гибели популяции

Лабораторная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=imi](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=imi)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

**Выводы:** проведенное моделирование позволяет заключить, что в модели роста популяции без учета внутривидовой конкуренции наблюдается неограниченное возрастание численности популяции; в модели роста популяции с учетом внутривидовой конкуренции наблюдается стабилизация численности популяции к определенному периоду; изменение модели роста популяции с учетом внутривидовой конкуренции (введение процента особей, воспроизводящих потомство; количество изъятых особей с определенного периода и т.п.) приводит к тому, что такая популяция не погибает, а ее численность возрастает скачкообразно, т.е. имеются периоды уменьшения численности по сравнению с предыдущим периодом, что связано с ограниченным периодом воспроизводства.