

Московский университет им. С.Ю. Витте
Рейтинговая работа
Эконометрика
Вариант 5

Задание

В соответствие со своим вариантом выбрать исходные данные. Выполнить следующие расчеты:

1. Построить модель парной линейной регрессии $y = a + b \cdot x + e$.
2. Изобразить на графике исходные и модельные значения.
3. Рассчитать коэффициенты корреляции и эластичности, коэффициенты эластичности сопоставить с коэффициентами регрессии.
4. Сделать прогноз на следующий шаг.

Таблица 1

Исходные данные

x_i	33,0	24,9	34,1	30,0	28,6	30,8	37,1	19,6	34,1	39,2	41,0
y_i	67	52	82	40	70	84	88	43	76	91	95

Решение

1. Для построения модели парной линейной регрессии построим вспомогательную таблицу (табл.2)

Таблица 2

Вспомогательные расчеты

i	x	y	x^2	y^2	xy
1	33	67	1089	4489	2211
2	24,9	52	620,01	2704	1294,8
3	34,1	82	1162,81	6724	2796,2
4	30	40	900	1600	1200
5	28,6	70	817,96	4900	2002
6	30,8	84	948,64	7056	2587,2
7	37,1	88	1376,41	7744	3264,8
8	19,6	43	384,16	1849	842,8
9	34,1	76	1162,81	5776	2591,6
10	39,2	91	1536,64	8281	3567,2
11	41	95	1681	9025	3895
Сумма	352,4	788	11679,44	60148	26252,6
Среднее	32,036	71,636	1061,767	5468	2386,6

Перейдем к нахождению коэффициентов регрессии.

$$b = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}, \quad a = \bar{y} - b \cdot \bar{x},$$

где,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{33 + 24,9 + 34,1 + 30 + 28,6 + 30,8 + 37,1 + 19,6 + 34,1 + 39,2 + 41}{11} = 32,036;$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{67 + 52 + 82 + 40 + 70 + 84 + 88 + 43 + 76 + 91 + 95}{11} = 71,636;$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 = \frac{1}{11} \cdot (33^2 + 24,9^2 + 34,1^2 + 30^2 + 28,6^2 + 30,8^2 + 37,1^2 + 19,6^2 + 34,1^2 + 39,2^2 + 41^2) = 1061,767;$$

$$\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i = \frac{1}{11} \cdot (33 \cdot 67 + 24,9 \cdot 52 + 34,1 \cdot 82 + 30 \cdot 40 + 28,6 \cdot 70 + 30,8 \cdot 84 + 37,1 \cdot 88 + 19,6 \cdot 43 + 34,1 \cdot 76 + 39,2 \cdot 91 + 41 \cdot 95) = 2386,6.$$

Тогда,

$$b = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} = \frac{2386,6 - 32,036 \cdot 71,636}{1061,767 - (32,036)^2} = 2,5856,$$

$$a = 71,636 - 2,5856 \cdot 32,036 = -11,1979.$$

Для проверки правильности расчетов воспользуемся функцией Регрессия из Пакета анализа Excel. (рис.1)

Вывод итогов						
Регрессионная статистика						
Множественный R		0,839				
R-квадрат		0,705				
Нормированный R-квадрат		0,672				
Стандартная ошибка		11,017				
Наблюдения		11				
Дисперсионный анализ						
	df	SS	MS	F	Значимость F	
Регрессия	1	2606,1768	2606,1768	21,4722	0,0012	
Остаток	9	1092,3687	121,3743			
Итого	10	3698,5455				
	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Y-пересечение	-11,198	18,182	-0,616	0,553	-52,329	29,933
Переменная X 1	2,586	0,558	4,634	0,001	1,323	3,848

Рис. 1 – Результаты регрессии в Excel

Из рисунка: Y-пересечение соответствует значению параметра a ,
 Переменная X1 – значение параметра b .

Таким образом, получим уравнение парной линейной регрессии:

$$\hat{y} = -11,1979 + 2,5856 \cdot x. \quad (1)$$

2. Построим таблицу с расчетными данными регрессии:

Таблица 3

Расчет модельных значений регрессии

i	x	\hat{y}
1	33	74,12797
2	24,9	53,18435

Решение рейтинговой работы по эконометрике скачано с
https://www.matburo.ru/sub_vuz.php?p=vitte

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

3	34,1	76,97217
4	30	66,37108
5	28,6	62,75119
6	30,8	68,43958
7	37,1	84,72907
8	19,6	39,48049
9	34,1	76,97217
10	39,2	90,1589
11	41	94,81304

Изобразим на графике исходные и модельные значения.

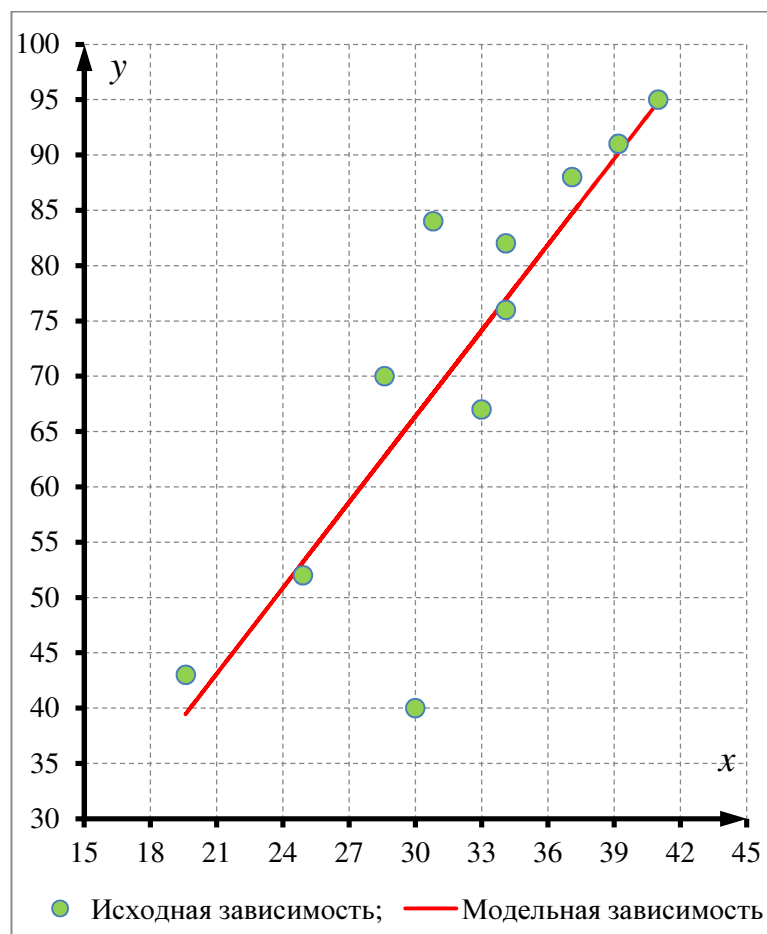


Рис. 2

3. Построим вспомогательную таблицу.

Таблица 4

Вспомогательные расчеты

i	x	y	y^2	\hat{y}	$e = y - \hat{y}$	e^2
1	33	67	4489	74,128	-7,128	50,808

2	24,9	52	2704	53,184	-1,184	1,403
3	34,1	82	6724	76,972	5,028	25,279
4	30	40	1600	66,371	-26,371	695,434
5	28,6	70	4900	62,751	7,249	52,545
6	30,8	84	7056	68,440	15,560	242,127
7	37,1	88	7744	84,729	3,271	10,699
8	19,6	43	1849	39,480	3,520	12,387
9	34,1	76	5776	76,972	-0,972	0,945
10	39,2	91	8281	90,159	0,841	0,707
11	41	95	9025	94,813	0,187	0,035
Сумма	352,4	788	60148			1092,369
Среднее	32,036	71,636	5468			

Найдем статистические суммы:

Из таблицы 4 видно, что $Q_e = \sum_{i=1}^n e_i^2 = 1092,369$, $\sum_{i=1}^n y_i^2 = 60148$.

$$Q_y = \sum_{i=1}^n y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2 = 60148 - 11 \cdot 71,636^2 = 3698,545.$$

Коэффициент детерминации равен:

$$R^2 = 1 - \frac{Q_e}{Q_y} = 1 - \frac{3698,545}{60148} = 0,705,$$

что соответствует значению из регрессии (рис.1) полю R-квадрат.

Выборочный коэффициент корреляции равен:

$$r_{xy} = \sqrt{R^2} = \sqrt{0,705} = 0,839,$$

что соответствует значению из регрессии (рис.1) полю Множественный R.

Коэффициент корреляции показывает очень сильную связь между x и y .

Рассчитаем коэффициент эластичности:

$$\mathcal{E}_{yx} = b \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = 2,5856 \cdot \frac{32,036}{71,636} = 1,156.$$

Таким образом, при изменении x на 1% от своей средней величины, показатель y изменится в среднем на 1,156%.

Решение рейтинговой работы по эконометрике скачано с
https://www.matburo.ru/sub_vuz.php?p=vitte

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

4. Сделаем прогноз на следующий шаг. Подставим в формулу (1) прогнозное значение $x_{\text{прогн.}} = 43$ и получим прогнозное значение y :

$$\hat{y}_{\text{прогн.}} = -11,1979 + 2,5856 \cdot 43 = 99,984.$$